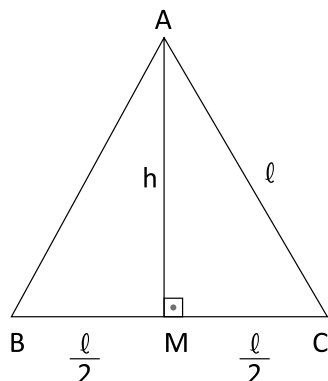


NO TRIÂNGULO EQUILÁTERO

Seja ABC um triângulo equilátero de lado ℓ , M o ponto médio do lado BC e altura h, aplicando o Teorema de Pitágoras no triângulo AMC, temos:



$$\ell^2 = h^2 + \left(\frac{\ell}{2}\right)^2 \Rightarrow h^2 = \frac{3\ell^2}{4} \Rightarrow h = \frac{\ell\sqrt{3}}{2}$$

TRIÂNGULOS PITAGÓRICOS

Triângulos pitagóricos são triângulos retângulos, cujos lados são números inteiros.

Um terno pitagórico é formado por três números naturais a, b e c tais que $a^2 = b^2 + c^2$. Se (b,c,a) é um terno pitagórico, então (kb,kc,ka) também é um terno pitagórico, para qualquer número natural k. Um terno pitagórico primitivo é um terno pitagórico em que os três números são primos entre si.

Euclides, demonstrou que existe uma infinidade de ternos pitagóricos primitivos. Além disso, encontrou uma fórmula que gera todos os ternos pitagóricos primitivos. Dados dois números naturais $m > n$, o terno (b,c,a), sendo:

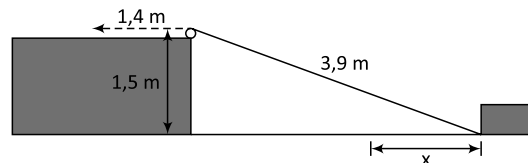
b	c	a
$m^2 - n^2$	$2mn$	$m^2 + n^2$

É pitagórico e primitivo, se, e somente se, m e n são primos entre si e possuem paridades distintas, ou seja: se m é par, então n é ímpar ou m é ímpar e n é par. Veja alguns exemplos de ternos pitagóricos primitivos:

m	n	Cateto: $b = m^2 - n^2$	Cateto: $c = 2mn$	Hipotenusa: $a = m^2 + n^2$
2	1	3	4	5
3	2	5	12	13
4	1	15	8	17
4	3	7	24	25
5	2	21	20	29
5	4	9	40	41
6	1	35	12	37
6	5	11	60	61
7	2	45	28	53
7	4	33	56	65
7	6	13	84	85
...	...	...	...	...

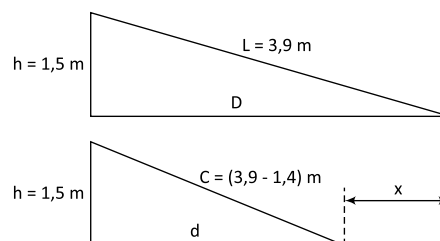
EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

- 01| Uma corda de 3,9 m de comprimento conecta um ponto na base de um bloco de madeira a uma polia localizada no alto de uma elevação, conforme o esquema abaixo. Observe que o ponto mais alto dessa polia está 1,5 m acima do plano em que esse bloco desliza. Caso a corda seja puxada 1,4 m, na direção indicada abaixo, a distância x que o bloco deslizará será de:



Destaquemos os triângulos retângulos formados nas situações inicial e final.

Resolução:



Aplicando Pitágoras no primeiro triângulo:

$$D^2 + h^2 = L^2 \Rightarrow D^2 + 2,25 = 15,21 \\ \Rightarrow D = \sqrt{12,96} \Rightarrow D = 3,6 \text{ m}$$

Aplicando Pitágoras no segundo triângulo:

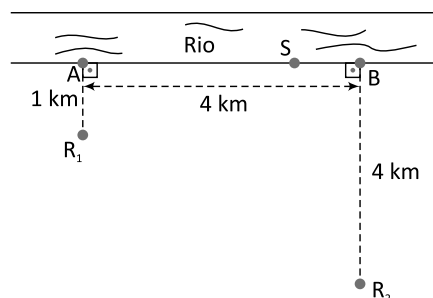
$$d^2 + h^2 + C^2 \Rightarrow d^2 + 1,5^2 = 2,5^2 \\ \Rightarrow d^2 = 6,25 - 2,25 = 4 \Rightarrow d = 2 \text{ m}$$

Comparando os dois triângulos:

$$x = D - d = 3,6 - 2 \Rightarrow \\ x = 1,6 \text{ m}$$

- 02| Duas vilas da zona rural de um município localizam-se na mesma margem de um trecho retilíneo de um rio. Devido a problemas de abastecimento de água, os moradores fizeram várias reivindicações à prefeitura, solicitando a construção de uma estação de bombeamento de água para sanar esses problemas. Um desenho do projeto, proposto pela prefeitura para a construção da estação, está mostrado na figura a seguir. No projeto, estão destacados:

- Os pontos R_1 e R_2 , representando os reservatórios de água de cada vila, e as distâncias desses reservatórios ao rio.
- Os pontos A e B, localizados na margem do rio, respectivamente, mais próximos dos reservatórios R_1 e R_2 .
- O ponto S, localizado na margem do rio, entre os pontos A e B, onde deverá ser construída a estação de bombeamento.



Com base nesses dados, para que a estação de bombeamento fique a uma mesma distância dos dois reservatórios de água das vilas, determine a distância entre os pontos A e S.